

管理类联考数学：函数基础知识 3

指数函数和对数函数

指数函数：

定义：函数 $y = a^x$ 叫作指数函数，其中 a 是常数，满足 $a > 0$ 且 $a \neq 1$ 。

1. 指数的重要公式与运算性质

(1) 根式的两个重要公式

$$\sqrt[n]{a^n} = \begin{cases} a, & n = 2k - 1 (k \in \mathbb{Z}) \\ |a|, & n = 2k (k \in \mathbb{Z}) \end{cases}$$

(2) 分数指数幂的意义

$$a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m} (a > 0, m, n \in \mathbb{N}^+, n > 1)$$

$$a^{-\frac{m}{n}} = \frac{1}{\sqrt[n]{a^m}} (a > 0, m, n \in \mathbb{N}^+, n > 1)$$

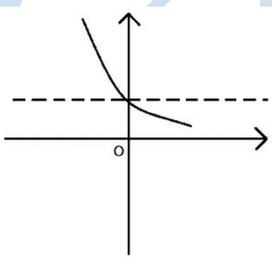
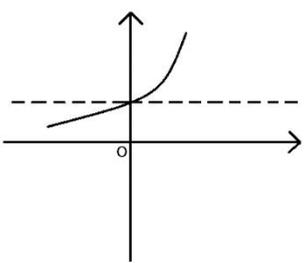
(3) 有理数指数幂的运算性质

$$a^r \cdot a^s = a^{r+s} (a > 0, r, s \in \mathbb{Q})$$

$$(a^r)^s = a^{rs} (a > 0, r, s \in \mathbb{Q})$$

$$(ab)^r = a^r b^r (a > 0, b > 0, r \in \mathbb{Q})$$

2. 指数函数的图像与性质：

	0 < a < 1	a > 1
图像		
定义域	R	
值域	(0, +∞)	
性质	过定点 (0,1) 当 x > 0 时, 0 < y < 1; 当 x < 0 时, y > 1; 在 R 上是单调减函数	过定点 (0,1) 当 x > 0 时, y > 1; 当 x < 0 时, 0 < y < 1; 在 R 上是单调增函数

对数函数：

定义：如果 $a^b = N(a > 0$ 且 $a \neq 1)$ ，那么数 b 叫作以 a 为底的对数，记作 $b = \log_a N$ 。称形如 $y = \log_a x$ 的函数为对数函数，其中 $a > 0$ 且 $a \neq 1$ 。

1.对数的重要公式与运算性质

(1) 对数的基本性质 ($a > 0$ 且 $a \neq 1, N > 0$)

$$\log_a 1 = 0; \log_a a = 1;$$

$$a^{\log_a N} = N; \log_a a^N = N$$

(2) 对数的运算法则

如果 $a > 0$ 且 $a \neq 1, M, N > 0$ ，则：

$$\log_a(MN) = \log_a M + \log_a N;$$

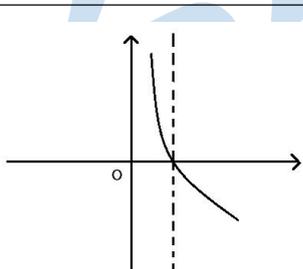
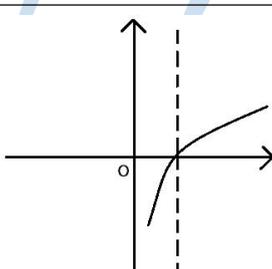
$$\log_a \frac{M}{N} = \log_a M - \log_a N$$

$$\log_a N^n = n \log_a N$$

$$\log_a \sqrt[n]{N} = \frac{1}{n} \log_a N$$

$$\log_b N = \frac{\log_a N}{\log_a b} \text{ (换底公式)}$$

2.对数函数的图像与性质：

	$0 < a < 1$	$a > 1$
图像		
定义域	$(0, +\infty)$	
值域	R	
性质	过定点 $(1, 0)$	
	当 $0 < x < 1$ 时, $y > 0$; 当 $x > 1$ 时, $y < 0$;	当 $0 < x < 1$ 时, $y < 0$; 当 $x > 1$ 时, $y > 0$;
	在 $(0, +\infty)$ 上是单调减函数	在 $(0, +\infty)$ 上是单调增函数