

汕头大学 2020 年攻读硕士学位研究生入学考试试题

科目代码: 803

科目名称: 高等数学基础

适用专业: 学科教学(数学)

考生须知

答案一律写在答题纸上, 答在试题纸上的不得分! 请用黑色字迹签字笔作答, 答题要写清题号, 不必抄原题。

高等数学部分的试题

一、单项选择题 (在每个小题四个备选答案中选出一个正确答案, 填在题末的括号中) (本大题 4 小题, 每小题 2 分, 共 8 分).

1. (本小题 2 分) 设函数 $y = f(x)$ 在点 x 处可导, 则它在点 x 处的微分 dy 是指 ().

A. $f'(x)$, B. $\Delta f(x)$, C. 很小的量, D. $f'(x)\Delta x$.

2. (本小题 2 分) 已知 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{a - \cos x}{x \sin x} = \frac{1}{2}$, 则 a 的值为 ().

A. 0, B. 1, C. 2, D. -1.

3. (本小题 2 分) $f(x) = \begin{cases} x \arctan \frac{1}{x^2}, & \text{当 } x < 0 \\ \frac{\sin x}{x+1}, & \text{当 } x \geq 0 \end{cases}$, 则关于 $f(x)$ 的连续性的正确结论是

().

A. $f(x)$ 在 $(-\infty, +\infty)$ 上处处连续, B. 只有一个间断点 $x = 0$,

C. 只有一个间断点 $x = -1$, D. 有两个间断点.

4. (本小题 2 分) $e^x = 1 + x + \frac{x^2}{2!} + R_2(x)$, 则 $R_2(x) = ()$.

A. $\frac{e^\xi}{3!}x^3$, B. $\frac{e^x}{3!}\xi^3$, C. $\frac{e^\xi}{4!}x^4$, D. $\frac{e^x}{4!}\xi^4$.

(式中 ξ 介于 0 与 x 之间).

二、解答下列各题 (每小题 7 分, 本大题共 35 分).

1. (本小题 7 分) 求极限 $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1}{\ln(1+x)} - \frac{1}{x} \right)$.

2. (本小题 7 分) 求极限 $\lim_{x \rightarrow 0^+} (\cos x)^{\frac{1}{x}}$.

汕头大学 2020 年攻读硕士学位研究生入学考试试题

3. (本小题 7 分) 求极限 $\lim_{x \rightarrow +0} \frac{\int_0^{x^2} t^2 dt}{\int_0^x t^2(t - \sin t) dt}$.

4. (本小题 7 分) 已知 $\begin{cases} x = \ln(1+t^2) \\ y = \arctan t \end{cases}$ 确定了函数 $y = y(x)$, 求 $\frac{dy}{dx}$.

5. (本小题 7 分) 设 $y = y(x)$ 由方程 $y \cos x - \sin(x + y) = 0$ 所确定, 求导数 y' .

三、解答下列各题 (每小题 7 分, 本大题共 21 分).

1. (本小题 7 分) 求定积分 $\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} (x^4 - x + 1) \sin x dx$.

2. (本小题 7 分) 求广义积分 $\int_1^e \frac{dx}{x\sqrt{1-(\ln x)^2}}$.

3. (本小题 7 分) 求不定积分 $\int \frac{1}{a^2 \sin^2 x + b^2 \cos^2 x} dx$, 其中 a, b 是不全为 0 的非负常数.

四、(本题 8 分) 求函数 $y = \sqrt{x} \ln x$ 的极值.

五、解答下列各题 (每小题 6 分, 本大题共 18 分)

1. (本小题 6 分) 令 $F(x) = \int_0^x t f(x^2 - t^2) dt$, 其中 $f(u)$ 连续可微, 求 $F'(x)$.

2. (本小题 6 分) 设函数 $f(x)$ 在 $[0, 1]$ 上连续, $(0, 1)$ 内可导, 且 $3 \int_{\frac{2}{3}}^1 f(x) dx = f(0)$,

证明在 $(0, 1)$ 内存在一点 c , 使 $f'(c) = 0$.

3. (本小题 6 分) 设正项数列 $\{a_n\}$ 单调减少, 且 $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n a_n$ 发散, 试问 $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{1}{a_n + 1}\right)^n$

是否收敛? 并说明理由.

线性代数部分的试题

六、单项选择题 (在每个小题四个备选答案中选出一个正确答案, 填在题末的括号中) (本大题 5 小题, 每小题 2 分, 共 10 分).

汕头大学 2020 年攻读硕士学位研究生入学考试试题

1. (本小题 2 分) A, B 都是 n 阶矩阵, 且 $AB=0$ 则必有().

A、 $A=0$ 或 $B=0$. B、 $|A|=|B|=0$. C、 $A=B=0$. D、 $|A|=0$ 或 $|B|=0$.

2. (本小题 2 分) 设 G 是 5 阶的可逆方阵, 且 $|G| \neq 1$, G^* 是 G 的伴随矩阵, 则有().

A、 $|G^*|=G$, B、 $|G^*|=\frac{1}{|G|}$, C、 $|G^*|=|G^4|$, D、 $|G^*|=|G|^5$.

3. (本小题 2 分) 设 A 是 4 阶方阵, 且行列式 $|A|=8$, $B=-\frac{1}{2}A$, 则 $|B|=($).

A、-4, B、4, C、 $-\frac{1}{2}$, D、 $\frac{1}{2}$.

4. (本小题 2 分) 线性方程组 $\begin{cases} ax-by=1 \\ bx+ay=0 \end{cases}$, 若 a, b 不全为零, 则方程组().

A、无解, B、有唯一解, C、有无穷多解, D、其解需要讨论多种情况.

5. (本小题 2 分) 设 $A = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 1 \\ 2 & -1 & 2 \\ 0 & 2 & 4 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 2 \\ 3 & -1 & 4 \\ 2 & 0 & 5 \end{pmatrix}$, $C = (c_{ij}) = AB$. 则

$c_{13} = ($).

A、2, B、1, C、-1, D、12.

七、解答下列各题 (每小题 7 分, 本大题共 21 分)

1. (本小题 7 分) 计算行列式 $\begin{vmatrix} 2 & 1 & 4 & -1 \\ 3 & -1 & 2 & -1 \\ 1 & 2 & 3 & -2 \\ 5 & 0 & 6 & -2 \end{vmatrix}$.

2. (本小题 7 分) 设矩阵 $A = \begin{pmatrix} 5 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 1 \\ 0 & 2 & 1 \end{pmatrix}$, 求 A^{-1} .

汕头大学 2020 年攻读硕士学位研究生入学考试试题

3. (本小题 7 分) 试问下列齐次线性方程组
$$\begin{cases} x + y - 3z - w = 0 \\ 3x - y - 3z + 4w = 0 \\ x + 5y - 9z - 8w = 0 \end{cases}$$
 是否有非零解,

如果有, 请求出其基础解系.

八、解答下列各题 (本大题 16 分, 每小题 8 分)

1. (本小题 8 分) 设 $A = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 1 \\ 2 & 3 & -2 \\ -3 & -1 & 1 \end{pmatrix}$, 问 A 是否可逆? 如可逆, 求 A^{-1} , 如不可

逆, 求 A 的伴随矩阵 A^* .

2. (本小题 8 分) 试问方程组
$$\begin{cases} x_1 + x_2 - 3x_3 - x_4 = 1 \\ 3x_1 - x_2 - 3x_3 + 4x_4 = 4 \\ x_1 + 5x_2 - 9x_3 - 8x_4 = 0 \end{cases}$$
 是否有解? 如果有, 请求出

通解.

九、证明题 (本大题 13 分)

1. (本小题 7 分) 设 A 是 n 阶实矩阵, 证明: 若 $AA' = 0$, 则 $A = 0$.

2. (本小题 6 分) 证明: 任意方阵都能唯一地表示成对称矩阵与反对称矩阵的和.